GEOMETRÍA

2012

JUNIO. Opción A

Dados los puntos $A(3,0,2), B(1,-2,0), C(1,-1,3)$ y $D(\lambda,\lambda-2,-\lambda)$

a) Determina el valor de λ para que A,B,C y D sean coplanarios. ¿Para algún valor de λ son A,B,C y D vértices de un paralelogramo?

b) Calcula las ecuaciones paramétricas del plano π que pasa por el punto C y es perpendicular a la recta r que pasa por los puntos A y B

SOL A: λ=-1 (1p); No paralelos. No paralelogramo (1p);
SOL B: x=1-λ, y=-1+μ, z=3+λ-μ (1p)

JUNIO Opción B

a) Si $|\vec{v}|=6, |\vec{w}|=6$, y $|\vec{v}+\vec{w}|=14$, calcula el ángulo que forman los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$

b) Calcula las ecuaciones paramétricas y la ecuación general del plano que pasa por los puntos $A(-1,5,0)$, $B(0,1,1)$ y es paralela a la recta:

$$r:\begin{cases}3x+2y\qquad -3=0\\ \qquad 2y-3z-1=0\end{cases}$$

SOL A: α=π/3 (1p); SOL B: 11x+4y+5z-9=0 (1p), x=-1-2λ+μ, y=5+3λ-4μ, z=2λ+μ 1p)

SEPTIEMBRE Opción A

Dados el plano $\pi: x-2y+3z+6=0$

a) Calcula el área del triángulo de vértices los puntos de corte de π con los ejes de coordenadas.

b) Calcula la ecuación general del plano que es perpendicular al plano π, paralelo a la recta que pasa por los puntos $B(0,3,0)$ y $C(0,0,2)$ y pasa por el origen de coordenadas.

c) Calcula el punto simétrico del origen de coordenadas respecto al plano $\pi: x-2y+3z+6=0$

SOL A: $3\sqrt{14}$u² (1p); SOL B: 13x+2y-3z=0 (1p); SOL C: O'(-6/7, 12/7, -18/7) (1p);

SEPTIEMBRE Opción B

a) Estudia la posición relativa de los planos $\pi_1: x+y+z-5=0, \pi_2:\begin{cases}x=3+\lambda+2\mu\\ y=1-\lambda-\mu\\ z=1\qquad +\mu\end{cases}$

Si se cortan en una recta, escribe las ecuaciones paramétricas de la misma.

b) Calcula la ecuación del plano π_3 que pasa por el origen de coordenadas, y es perpendicular a π_1 y π_2. Calcula la intersección de π_1, π_2 y π_3.

SOL A: se cortan. r: x=4-λ, y=λ, z=1 (2p); SOL B: π3=x-y=0, P(2,2,1) (1p

2013

JUNIO. Opción A

Dados el plano $\pi: x+y-z-1=0$ y la recta $r:\begin{cases}3x+y+z-6=0\\ 2x+y\qquad -2=0\end{cases}$

a) Estudia la posición relativa de r y π. Calcula la distancia de r a π.

b) Calcula la ecuación general o implícita del plano que contiene a r y es perpendicular a π.

SOL A: Paralelos (1p), $\sqrt{3}$u (1p); SOL B: x+y-4=0 (1p);

JUNIO Opción B

a) Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta r que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular al plano π determinado por los puntos $A(1,0,2), B(2,1,3)$ y $C(3,0,0)$.

b) Calcula los posibles valores de a para que el punto $P(a,a,a)$ equidiste de la recta r y del plano π del apartado anterior.

SOL A: r: x=λ, y=-2λ, z=λ (1p); SOL B: $\sqrt{6}/2$u (0,5p), d=|a|$\sqrt{3}$ (1p), a=+-$\sqrt{2}/2$ (0,5p)

SEPTIEMBRE Opción A

Dadas las rectas $r:\begin{cases}x-2y+z+1=0\\ \qquad 2y-z-2=0\end{cases}$ y $s:\begin{cases}x=2+t\\ y=3+2t\\ z=2+2t\end{cases}$

a) Estudia la posición relativa de r y s. Si se cortan, calcula el punto de corte. Si determinan un plano, calcula la ecuación general o implícita de ese plano.

b) Estudia la posición relativa de r y el plano $\pi: 4x-4y+2z+7=0$. Calcula la distancia de r a π

SOL A: se cruzan (0,5p), P(1,1,0) (0,5p), α: 2x-2y+z=0 (0,5p);
SOL B: paralelos (0,5p), d=7/6 (1p)

SEPTIEMBRE Opción B

a) Dado el plano $\alpha:\begin{cases}x=3+3\lambda+\mu\\ y=\quad -3\lambda+\mu\\ z=3+3\lambda-\mu\end{cases}$ Calcula las ecuaciones en forma continua de la recta r que pasa por el punto $P(2,-3,-4)$ y es perpendicular al plano α.

b) Calcula la ecuación implícita o general del plano que pasa por los puntos $P(2,-3,-3)$ y $Q(3,-2,-4)$ y es perpendicular al plano α

c) Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta intersección del plano $\beta: 5x-4y+z-19=0$ con el plano α.

SOL A: r: x-2/1 = y+3/2 = z+4/3 (0,5p), P(4,1,2) (0,5p);
SOL B: 5x-4y+z-19=0 (1p); SOL C: s: x=43/7-λ, y=41/14-λ, z=λ (1p)

2014

JUNIO. Opción A

a) Calcula el punto simétrico del punto $P(-2,0,2)$ respecto al plano $\pi: 3x+2y+z-3=0$.
b) Sea r la recta perpendicular al plano $\pi: 3x+2y+z-3=0$ y que pasa por el punto $P(-2,0,2)$. Consideremos la recta $s: \begin{cases} 2x-y-3z & =0 \\ x \quad -z-10 & =0 \end{cases}$ estudia la posición relativa de r y s. Calcula la ecuación del plano paralelo a s que contiene a r.

SOL A: x=-2+3λ, y=2λ, z=2+λ (0,25p), M(-1/2, 1, 5/2) (025p), P'(1,2,3) (0,25);
SOL B: se cruzan (1p), α:3x-2y-5z+16=0 (1p)

JUNIO Opción B

a) Define el producto vectorial de dos vectores. Dados los vectores $u=(2,2,0), v=(1,1,-1)$, calcula los vectores unitarios y perpendiculares a los dos vectores u e v.
b) Calcula el valor de a para que la recta $r: \frac{x}{2}=\frac{y-2}{6}=\frac{z-2}{-4}$ no corte al plano $\pi: 5x+ay+4z=5$. Para ese valor de a, calcula la distancia de la recta al plano.

SOL A: definir (0,75p), w1(-$\sqrt{2}$/2, $\sqrt{2}$/2,0), w2($\sqrt{2}$/2,- $\sqrt{2}$/2,0) (0,75p);
SOL B: a=1 (0,5p), $5\sqrt{42}/42$ u (1p)

SEPTIEMBRE Opción A

Dado el plano $\pi: \begin{cases} x=2+2\lambda-\mu \\ y=1-2\lambda+\mu \\ z=4 \quad +3\mu \end{cases}$ y la recta $r: \begin{cases} x+z-4=0 \\ y=3 \end{cases}$

a) Estudia la posición relativa de π y r. Si se cortan, calcula el punto de corte.
b) Calcula el ángulo que forman π y r. Calcula el plano que contiene a r y es perpendicular a π.

SOL A: se cruzan (1p), P(0,3,4) (0,5p); SOL B: α=π/6 (0,5p), π: x=4-λ+μ, y=3+μ, z=λ (1p)

SEPTIEMBRE Opción B

Dadas las rectas $r: \begin{cases} x+y-2z-5=0 \\ y-5z-1=0 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x=1+\lambda \\ y=2-2\lambda \\ z=5 \end{cases}$

a) Estudia su posición relativa. Si se cortan, calcula el punto de corte.
b) Calcula la ecuación implícita o general de las ecuaciones paramétricas del plano que contiene a r y a s.
c) Calcula la distancia del punto $Q(1,1,4)$ a la recta s.

SOL A: se cortan (1p), P(-11,26,5) (0,5p); SOL B: 2x+y+z-9=0 (0,75p); SOL C: $\sqrt{30}/5$ (0,75p)

2015

JUNIO. Opción A

Dada la recta $r=\begin{cases} x=3-2\lambda \\ y=1-\lambda \\ z=4+\lambda \end{cases}$

a) Determinar la ecuación implícita del plano π que pasa por el punto $P(2,1,2)$ y es perpendicular a r. Calcula el punto de intersección de r y π
b) Calcula la distancia del punto $P(2,1,2)$ a la recta r
c) Calcula el punto simétrico del punto $P(2,1,2)$ respecto de la recta r

SOL A: π:2x+y-z-3=0 (0,5p), P(3,1,4) (0,5p); SOL B: $\sqrt{5}$ (1p); SOL C: P'(4,1,6) (1p)

JUNIO Opción B

Dadas las rectas $r=\begin{cases} x=3+\lambda \\ y=-1 \\ z=4+2\lambda \end{cases}$ y $s: \frac{x-4}{3}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-5}{4}$

a) Estudia su posición relativa. Calcula la ecuación implícita o general del plano que pasa por el origen de coordenadas y que es paralelo a r y s
b) Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que corta perpendicularmente a r y a s

SOL A: se cruzan. π:2x+2y-z=0 (1,5p); SOL B: t: x=8+2λ, y=-1+2λ, z=14-λ (1,5p)

SEPTIEMBRE Opción A

Dadas la recta $r=\begin{cases} 3x-y-z=0 \\ 2x+y-4z=0 \end{cases}$

a) Calcula la ecuación implícita o general del plano que es paralelo a r y pasa por los puntos $A(0,1,2)$ y $B(5,3,1)$
b) Calcula el punto de corte de r con el plano perpendicular a dicha recta y que pasa por $B(5,3,1)$
c) Calcula la ecuación implícita o general del plano que es paralelo al plano $\pi: 2x-3y+4z-5=0$ y dista $\sqrt{29}$ unidades de la recta r

SOL A: π:2x-3y+4z-5=0 (1p); SOL B: P(2,4,2) (1p); SOL C: β:2x-3y+4x+-29=0 (1p)

SEPTIEMBRE Opción B

Dadas las rectas $r = \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = 1 + 3\lambda \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ y - z - 2 = 0 \end{cases}$

a) Estudia su posición relativa. Calcula la distancia de r a s

b) Si dos de los lados de un rectángulo están sobre las rectas r y s y dos vértices consecutivos del rectángulo son los puntos $A(0,1,1)$ y $B(0,4,4)$, calcula las coordenadas de los otros dos vértices y el área del rectángulo. *SOL A: paralelas (1p),* $3\sqrt{2}$ *(0,5p); SOL B: C(-4,5,3), D(-4,2,0) (1p), 18 u²(0,5p)*

2016

JUNIO. Opción A

a) Calcula el valor de m para que los puntos $A(m,-1,m), B(1,-5,-1), C(3,1,0)$ y $D(2,-1,0)$ estén en un mismo plano. Calcula la ecuación implicitica o general de ese plano.

b) Calcula el ángulo que forma el plano $\pi. 2x - y + 2z - 5 = 0$ y la recta r que pasa por los puntos $P(3,-4,-7)$ y $Q(1,-3,-9)$.

c) Calcula los puntos de la recta r del apartado anterior que distan 9 unidades del plano π.

SOL A: π:2x-y+2z-5=0 (0,5p); m=1 (0,5p);SOL B: 90º (1p); SOL C: A(11,-8,1), B(-1,-2,-11) (1p)

JUNIO Opción B

Dadas la recta $r = \begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x + y - z - 2 = 0 \end{cases}$

a) Calcula la ecuación implícita o general del plano π que pasa por el punto $P(2,5,-2)$ y es perpendicular a la recta r

b) Estudia la posición relativa de la recta r y la recta s que pasa por los puntos $P(2,5,-2)$ y $Q(-1,4,2)$

c) Calcula el punto a la recta r que equidista de los puntos $P(2,5,-2)$ y $Q(-1,4,2)$

SOL A: π:x+y+2z-3=0 (1p); SOL B: se cruzan (1p); SOL C: R(-1,1,-2) (1p)

SEPTIEMBRE Opción A

Dados los planos $\pi_1: 3x + 3z - 8 = 0;\ \pi_2 = \begin{cases} x = 5/2 + \lambda - \mu \\ y = \quad -\lambda + \mu \\ z = 3 + 2\lambda + \mu \end{cases}$

a) Calcula el ángulo que forman π_1 y π_2. Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por $P(0,0,0)$ y es paralela a π_1 y π_2.

b) Calcula el punto simétrico del punto $P(0,0,0)$ respecto del plano π_1

SOL A: α=π/3 (0,75p), r: x=-λ, y=λ, z=λ (0,75p); SOL B: O'(8/3,0,8/3) (1,5p)

SEPTIEMBRE Opción B

Dadas las rectas $r: \frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{3};\ s = \begin{cases} 3x + 2y \quad - 6 = 0 \\ 2y + 4z + 3 = 0 \end{cases}$

a) Estudia su posición relativa

b) Calcula la ecuación implícita o general del plano que contiene a r y es paralelo a s

c) Calcula la distancia entre r y s

SOL A: se cruzan (1p); SOL B: π:3x-4z-5=0 (1p); SOL C: 4/5 (1p)

2017

JUNIO. Opción A

Dados los planos $\pi_1: x + y - z + 2 = 0;\ \pi_2 = \begin{cases} x = 2 + \lambda + \mu \\ y = \quad \lambda + 3\mu \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$

a) Estudia la posición relativa de π_1 y π_2. Si se cortan, calcula el ángulo que forman.

b) Sea r la recta que pasa por el punto $P(1,1,1)$ y es perpendicular a π_1. Calcula el punto de corte de r y π_1

c) Calcula el punto simétrico del punto $P(1,1,1)$ respecto del plano π_1

SOL A: perpendiculares (0,5p); α=π/2 (0,5p); SOL B: M(0,0,2) (1p); SOL C: P´(-1,-1,3) (1p)

JUNIO Opción B

Sea r la recta que pasa por los puntos $P(1,0,5)$ y $Q(5,2,3)$.

a) Calcula la distancia del punto $A(5,-1,6)$ a la recta r.

b) Calcula la ecuación implícita o general del plano que es perpendicular a r y pasa por el punto $A(5,-1,6)$

c) Calcula el área del triángulo de vértices los puntos $P(1,0,5), A(5,-1,6)$ y el punto de corte de la recta r con el plano $\pi: 2x + y - z - 3 = 0$

SOL A: $2\sqrt{3}u$ *(1p); SOL B: π:2x+y-z-3=0 (1p); SOL C:* $3\sqrt{2}u^2$*(0,5p), M(3,1,4) (0,5p)*

SEPTIEMBRE Opción A

Sea r la recta que pasa por los puntos $P(0,1,3)$ y $Q(1,1,1)$ e $s: \begin{cases} x + y - 2z - 1 = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$

a) Estudia su posición relativa.

b) ¿Es s paralela al plano YZ? ¿Está contenida en dicho plano?

c) Calcula la distancia de la recta r al plano $\pi: 2x + z = 0$

SOL A: se cruzan (1p); SOL B: paralela a YZ (0,5p), no contenida en YZ (0,5p); SOL C: $(3\sqrt{5})/5$ *(1p)*

SEPTIEMBRE Opción B

Dados los planos $\alpha: 2x - 2y + 4z - 7 = 0$; $\beta = \begin{cases} x = 1 - \lambda + 3\mu \\ y = 5 + \lambda + \mu \\ z = 4 + \lambda - \mu \end{cases}$; y la recta $r: \begin{cases} x + 2z - 3 = 0 \\ y - 5 = 0 \end{cases}$

a) Estudia la posición relativa de los planos α y β. Calcula la distancia entre ellos.
b) Calcula la ecuación implícita o general del plano que es perpendicular a α y contiene a la recta r.
c) Sean P y Q los puntos de corte de la recta r con los planos XY y YZ respectivamente. Calcula la distancia entre P y Q.

SOL A: α y β paralelos (0,5p), $\sqrt{6}/12\ u$ (0,5p); SOL B: π: x+5y+2z-28=0 (1p); SOL C: $(3\sqrt{5})/2$ (1p)

2018

JUNIO. Opción A

a) Determina el valor de λ para que los puntos $A(3,0,-1), B(2,2,-1), C(1,-2,-5)$ y $D(\lambda, 6, -1)$ sean coplanarios y calcula la ecuación implícita o general del plano que los contiene.
b) Determina la posición relativa del plano $\pi: 4x + 2y - 3z - 15 = 0$ y la recta r que pasa por los puntos $P(-4,4,2)$ y $Q(4,8,-4)$. Si se cortan, calcula el punto de corte.
c) Calcula el punto simétrico del punto $P(-4,4,2)$ respecto del plano $\pi: 4x + 2y - 3z - 15 = 0$

SOL A: λ=0 (0,5p), π:4x+2y-3z-15=0 (0,5p);
SOL B: se cortan, son perpendiculares (0,5p), P(0,6,-1) (0,5p); SOL C: P'(4,8,-4) (1p)

JUNIO. Opción B

a) Dado el plano $\pi: 2x - y - 2z - 3 = 0$ calcula el calor de α para que la recta r que pasa por los puntos $P(\alpha, \alpha, \alpha)$ y $Q(1, 3, 0)$ sea paralela al plano π.
b) Para $\alpha = 1$, calcula la distancia de r a π.
c) Para $\alpha = 1$, calcula la ecuación implícita o general del plano que es perpendicular a π y que contiene a r

SOL A: a=1 (1p); SOL B: 4/3u (1p); SOL C: a: 5x+2y+4z-11=0 (1p)

SEPTIEMBRE. Opción A

Dado la recta $r = \begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ x - y + z - 2 = 0 \end{cases}$

a) Calcula la ecuación implícita o general del plano que pasa por el punto $A(1,1,1)$ y es perpendicular a r
b) Calcula la ecuación implícita o general del plano que pasa por los puntos $P(-1,0,6)$ y $Q(3,-2,4)$ y es paralelo a la recta r.
c) Calcula la distancia de la recta r al plano $x + y + z - 5 = 0$

SOL A: π: x-z=0 (1p); SOL B: π: x+y+z-5=0 (1p); SOL C: $3/\sqrt{3} = \sqrt{3}u$ (1p)

SEPTIEMBRE. Opción B

Sea r la recta que pasa por los puntos $P(9,4,1)$ y $Q(1,1,1)$. Dada la recta $s: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-5}{-1}$

a) Estudia la posición relativa de las rectas r y s. Calcula, si se cortan, el punto de corte.
b) Calcula, si existe, la ecuación implícita o general del plano que contiene a las rectas r y s
c) Calcula la distancia del punto $O(0,0,0)$ a la recta s.

SOL A: se cortan (0,5p), P(9,4,1) (0,5p); SOL B: π: 3x-8y-2z+7=0 (1p); SOL C: $7\sqrt{2}/2$ u (1p)

2019

JUNIO. Opción A

a) Calcular el ángulo del intervalo $[0°, 90°]$ que forman los vectores $\vec{u}(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$ y $\vec{v}\left(-\frac{1}{2}, \frac{-1+\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)$.
b) Obtener la ecuación implícita del plano que pasa por el punto $P(1,-3,0)$ y es perpendicular a la recta $\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ y - z = 0 \end{cases}$.
c) Calcula la distancia del punto $Q(1,1,1)$ al plano $\pi: -x + y + z + 4 = 0$ y el punto simétrico de Q respecto a π. *SOL A: α=π/3; SOL B: x-y-z+4=0; SOL C: $5\sqrt{3}/3$; Q'(13/3, -7/3, -7/3)*

JUNIO. Opción B

a) Estudia la posición relativa de los planos $\pi_1: mx - y + 2 = 0$ y $\pi_2: 2x + 3y = 0$ en función de m.
b) Obtén la ecuación implícita del plano que pasa por los puntos $A(0,0,0), B(1,0,1)$ y $C(0,1,0)$.
c) Calcula el punto simétrico del punto $P(1,2,3)$ con respecto al plano $\pi: -x + z = 0$

SOL A: m=-2/3 //; m≠-2/3 se cortan (1p); SOL B: x-z=0 (1p); SOL C:P´(3,2,1) (1p)

JULIO. Opción A

a) Estudiar la posición relativa de $\pi_1: x + my + z + 2 = 0$ y $\pi_2: mx + y + z + m = 0$ en función de m.
b) Calcular el valor de k y m para que los puntos $A(0, k, 1), B(-1,2,1)$ y $C(8,1,m)$ estén alineados.
c) Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta r que pasa por los puntos $P(-1,2,1)$ y $Q(8,1,1)$ y la ecuación implícita del plano perpendicular a r que pasa por el punto $R(1,1,1)$.

SOL A: m=1 paralelos; m≠1 secantes en una recta
SOL B: k=17/9; m=1: SOL C: : r: x=-1+9λ, y=2+λ, z=1; Plano: 9x+y-10=0;

JULIO. Opción B

a) Para el plano $\pi: 3x + 2y - z = 0$ y la recta $r: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{3}$, calcular el punto de corte de r con π y obtener la ecuación implícita del plano π' que es perpendicular a π y contiene a r.

b) Estudiar la posición relativa de los planos $\pi_1: 2x - 5y - 4z - 9 = 0$ y $\pi_2: x = 0$ y calcula también el ángulo $\alpha \in [0,90]$ que forman.

SOL A: P(3,-3,3); 2x-5y-4z-9=0; SOL B: se cortan en una recta. α=72,65º