MATRICES

Una matriz es un conjunto de números y/o letras distribuidos en filas y columnas.
Las dimensiones se indican como *Filas x Columnas* → TRUCO: **F**erro**C**arril
Los elementos se expresan como a_{ij}, siendo i → Fila, y j → Columna

Diagonal Secundaria

$$A_{2x3} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B_{3x2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A_{2x2} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Diagonal Principal

MATRIZ TRASPUESTA DE A

$$A_{2x3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad {A^t}_{3x2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

La matriz traspuesta de la matriz A es el resultado de cambiar las filas por las columnas

TIPOS DE MATRICES

Matriz Fila $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

Matriz Columna $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Matriz Cuadrada $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

Matriz Nula $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Matriz Triangular Superior $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 8 \end{pmatrix}$

Matriz Triangular Inferior $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$

Matriz Diagonal $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$

Matriz Escalar $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Matriz Identidad (Identidad) $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Matriz Simétrica $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & -2 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

Antisimétrica $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow A^t = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ -2 & 0 & -2 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} = -A$

Invertible o regular: tiene A^{-1}

No Invertible o singular: no tiene A^{-1}

SUMA DE MATRICES

Se suman los elementos que ocupan la misma posición

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$$

PRODUCTO DE MATRICES

Por un nº real: da otra matriz de elementos multiplicados por ese nº

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$$

Multiplicar dos matrices A y B de dimensiones mxn y nxp da una matriz mxp

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 2 + 2\cdot 3 + 3\cdot 4 & 1\cdot 1 + 2\cdot 2 + 3\cdot 1 \\ 4\cdot 1 + 5\cdot 3 + 6\cdot 4 & 4\cdot 1 + 5\cdot 2 + 6\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & 8 \\ 47 & 20 \end{pmatrix}$$

IMPORTANTE:
nº Columnas de la 1º = nº Filas de la 2º para multiplicarlas. AxB ≠ BxA

MATRIZ INVERSA

$$A \cdot A^{-1} = I \qquad A^{-1} \cdot A = I \qquad (A^{-1})^{-1} = A \qquad (A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$$

Método Gauss-Jordan
Convertir la matriz inicial en la matriz identidad con transformaciones elementales:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow T = \left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[F_1 \leftrightarrow F_2]{} \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[F_1 \rightarrow 1/2 F_1]{} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

RANGO DE UNA MATRIZ

Es el nº de filas o columnas de la matriz que son **linealmente independientes**, es decir, que no pueden obtenerse a partir de las demás filas o columnas de la misma matriz.
Para calcular el rango: usar las **transformaciones elementales** para hacer el máximo nº posible de ceros, intentando triangular la matriz (**método de Gauss**).

Más fácil por determinantes! (otro tema)