PROBLEMAS MÉTRICOS

ÁNGULOS ENTRE RECTAS Y PLANOS

Ángulo entre dos rectas

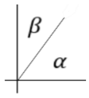
$$\cos\alpha = \frac{|\vec{d_r} \cdot \vec{d_s}|}{|\vec{d_r}||\vec{d_s}|}$$

Ángulo entre dos planos

$$\cos\alpha = \frac{|\vec{n_1} \cdot \vec{n_2}|}{|\vec{n_1}||\vec{n_2}|}$$

Ángulo entre recta y plano

$$\underbrace{\cos(90^\circ - \alpha)}_{\beta} = \operatorname{sen}\alpha = \frac{|\vec{d_r} \cdot \vec{n_s}|}{|\vec{d_r}||\vec{n_s}|}$$



$\vec{d} \rightarrow$ vector director de la recta, y $\vec{n} \rightarrow$ vector normal del plano

DISTANCIAS EN EL ESPACIO

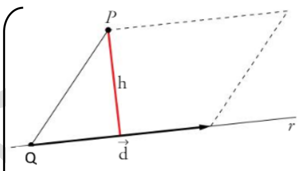
Distancias con respecto a punto P

- Distancia entre dos puntos P y Q

$$d(P,Q) = |\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

- Distancia entre punto P y recta r

$$d(P,r) = d(P,P') = \frac{\text{Área Paralelogramo}}{\text{Base}} = \frac{|\overrightarrow{PQ_r} \times \vec{d_r}|}{|\vec{d_r}|} \rightarrow$$



$Q \rightarrow$ punto de la recta
$\vec{d} \rightarrow$ vector director de la recta,
$\overrightarrow{PQr} \rightarrow$ vector de P a Qr

- Distancia entre punto $P(P_x, P_y, P_z)$ y plano $\pi: Ax + By + Cz + D = 0$

$$d(P,\pi) = \frac{|AP_x + BP_y + CP_z + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Distancias entre dos planos π_1 y π_2

- Planos coincidentes o secantes: $d(\pi_1, \pi_2) = 0$
- Planos paralelos: $d(\pi_1, \pi_2) = d(P\pi_1, \pi_2)\ \alpha\ \ \beta$

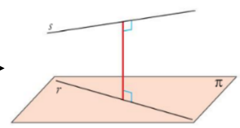
$P_\pi \rightarrow$ punto del plano π
$Pr \rightarrow$ punto de la recta r
$Ps \rightarrow$ punto de la recta s

Distancias entre recta r y plano π

- Plano y recta secantes o contenida: $d(r,\pi) = 0$
- Planos paralelos: $d(r,\pi) = d(P_r, \pi)$

Distancias entre recta r y recta s

- Rectas coincidentes o secantes: $d(r,s) = 0$
- Rectas paralelas: $d(r,s) = d(P_s, r) = \frac{|\overrightarrow{P_sQ_r} \times \vec{d_r}|}{|\vec{d_r}|}$
- Rectas se cruzan: $d(r,s) = \frac{|[\vec{d_r},\ \vec{d_s},\ \overrightarrow{P_rP_s}]|}{|\vec{d_r} \times \vec{d_s}|} \longrightarrow$



SIMETRÍA

Punto simétrico respecto de otro

Si M es el punto medio del segmento PP' entonces: $M = \frac{P+P'}{2} \rightarrow P' = 2M - P$

Punto simétrico de un punto P respecto a un plano π

1. Calculamos la recta r perpendicular al plano π que pase por P
2. Calculamos el punto de corte M entre la recta r y el plano π
   FIJATE: M es la proyección ortogonal del punto P sobre el plano
3. M es punto medio de PP' → Aplicamos punto simétrico respecto de otro: $P' = 2M - P$

Punto simétrico de un punto P respecto a una recta r

1. Calculamos el plano π perpendicular a la recta r que pase por P Sólo cambia el paso 1
2. Calculamos el punto de corte M entre la recta r y el plano π
3. M es punto medio de PP' → Aplicamos punto simétrico respecto de otro: $P' = 2M - P$