ESTUDIO DE LAS ASÍNTOTAS

$$\boldsymbol{f(x)=\frac{4-x^2}{x^2-1}}$$

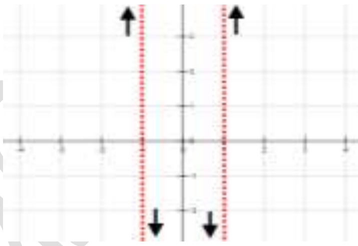
1. Dominio $\mathbb{R}-\{-1,1\}$

2. Asíntota vertical

Sí hay, porque $x^2-1=0$ para $x=1$ y $x=-1$.

- $x=-1$

$$\lim_{x\to -1}\frac{4-x^2}{x^2-1}=\frac{3}{0}=\infty \quad \begin{cases} f(-1{,}1)=\frac{+}{+}=+\Rightarrow \lim\limits_{x\to -1^-}\frac{4-x^2}{x^2-1}=+\infty \\ f(-0{,}9)=\frac{+}{-}=-\Rightarrow \lim\limits_{x\to -1^+}\frac{4-x^2}{x^2-1}=-\infty \end{cases}$$



- $x=1$

$$\lim_{x\to 1}\frac{4-x^2}{x^2-1}=\frac{3}{0}=\infty \quad \begin{cases} f(0{,}9)=\frac{+}{-}=-\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^-}\frac{4-x^2}{x^2-1}=-\infty \\ f(1{,}1)=\frac{+}{+}=+\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^+}\frac{4-x^2}{x^2-1}=+\infty \end{cases}$$

Asíntota horizontal

Sí hay, porque el grado del numerador ≤ que grado del denominador.

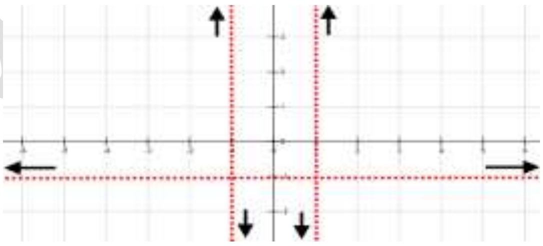
$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to +\infty}\frac{4-x^2}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{-x^2}{x^2}=-1 \\ \lim\limits_{x\to -\infty}\frac{4-x^2}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to -\infty}\frac{-x^2}{x^2}=-1 \end{array}\right\} \quad y=-1$$

IMPORTANTE:
Indicar claramente la ecuación de la recta

Aproximación:

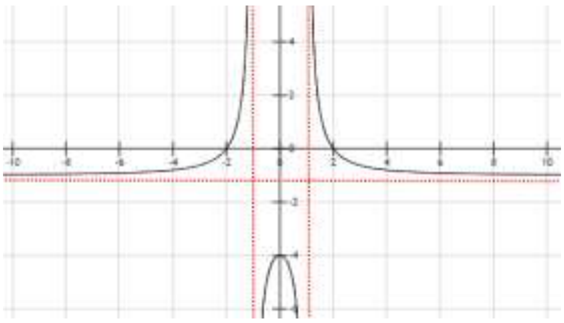
Para ver la posición de la función respecto a la asíntota, estudiamos el signo de la diferencia entre la función y la asíntota:

$$g(x)=f(x)-asínt=\frac{4-x^2}{x^2-1}-(-1)=\frac{4-x^2+(x^2-1)}{x^2-1}=\frac{3}{x^2-1}=\begin{cases} g(100)=\frac{+}{+}>0\to + \text{ "por encima"} \\ g(-100)=\frac{+}{+}>0\to + \text{ "por encima"} \end{cases}$$



Asíntota oblicua

No tiene, porque el grado del numerador y denominador son iguales. Y porque tiene horizontales.



$$f(x)=\frac{2x^2+2}{x-2}$$

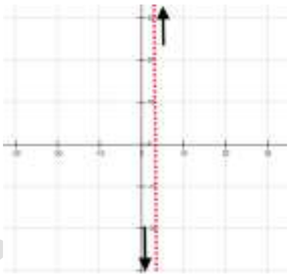
1. Dominio $\mathbb{R}-\{2\}$

2. Asíntota vertical

Sí hay, porque $x-2=0$ para $x=2$

- $x=2$

$$\lim_{x\to 2}\frac{2x^2+2}{x-2}=\frac{10}{0}=\infty \quad \begin{cases} f(1{,}9)=\frac{+}{-}=-\Rightarrow \lim\limits_{x\to -1^-}\frac{2x^2+2}{x-2}=-\infty \\ f(2{,}1)=\frac{+}{+}=+\Rightarrow \lim\limits_{x\to -1^+}\frac{2x^2+2}{x-2}=+\infty \end{cases}$$



Asíntota horizontal

No hay, porque el grado del numerador no es $\leq$ que grado del denominador

Asíntota oblicua

Sí hay, porque el grado del numerador = grado denominador + 1

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+2}{x-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2}{x}=+\infty$$

Calculamos los parámetros a y b de la recta: $y=mx+b$

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+2}{x-2}\cdot\frac{1}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+2}{x^2-2x}=2$$

$$b=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+2}{x-2}-2x=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+2-2x(x-2)}{x-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+2-2x^2+4x}{x-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{4x+2}{x-2}=4$$

$$y=2x+4$$

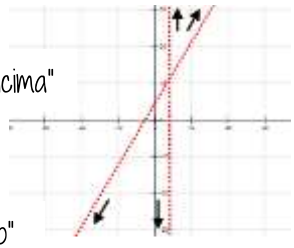
Aproximación:

$$g(x)=f(x)-asínt=\frac{2x^2+2}{x-2}-(2x+4)=\frac{2x^2+2-(2x+4)(x-2)}{x-2}$$

$$=\frac{2x^2+2-2x^2+4x-4x+8}{x-2}=\frac{10}{x-2}=\begin{cases} g(100)=\frac{+}{+}>0\to + \\ g(-100)=\frac{+}{-}<0\to - \end{cases}$$

"por encima"

"por debajo"



Para representar la asíntota oblicua damos dos valores a x y calculamos y: (0,4) (-2,0)