PROBABILIDAD

1. CÁLCLO DE PROBABILIDADES

Suceso aleatorio es el que depende del azar: lanzar dados, monedas, extracción de una carta…
Sea S un suceso (sacar un 5 al tirar un dado,) la probabilidad de que ocurra un suceso se calcula con la **Ley de Laplace**:

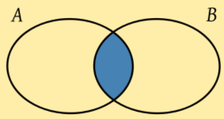
$$P[S]=\frac{casos\ favorables}{casos\ posibles}$$

- Experiencias **compuestas**:
  "extraer dos cartas" equivale a "extraer una carta" dos veces.
  - **Con reemplazamiento**: sacamos una carta, la vemos, y volvemos a meterla.
  - **Sin reemplazamiento**: sacamos una carta, y sacamos la 2º sin meter la 1º.
- Experiencias **dependientes e independientes**
  - **Dependientes**: el resultado de cada una de ellas influye en las demás
  - **Independientes**: el resultado de cada una de ellas no depende de las demás

❖ CÁLCULO DE PROBABILIDADES EN EXPERIENCIAS COMPUESTAS INDEPENDIENTES.

Si varios sucesos aleatorios son independientes entre sí, la probabilidad de que ocurran todos a la vez, es:

$$P[A\ 1º, y\ B\ 2º, y\ luego\ C\ \dots] = P[A\cap B\cap C\ \dots] = P[A]\cdot P[B]\cdot P[C]\ \dots$$



Ejemplo: Lanzamos dos dados. Probabilidad de "5" en el 1º y "PAR" en el 2º.

$$Sea\ A\ el\ suceso\ \text{"sacar un 5 en el 1º dado"}\ y\ B\ \text{"}sacar\ un\ par\ en\ el\ 2º\text{"}.$$
$$Son\ sucesos\ independientes, que\ se\ tienen\ que\ dar\ a\ la\ vez.$$
$$P[A\cap B]=P[A]\cdot P[B]=\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{6}=\frac{1}{12}$$

Ejercicios propuestos

1 Lanzamos dos monedas. Calcula:
a) P[2 caras], b) P[2 cruces], c) P[1 cara y 1 cruz]

2 Lanzamos tres monedas. Calcula:
a) P[C en 1.ª, + en 2.ª y C en 3.ª], b) P[dos C]

3 Lanzamos cuatro monedas. Calcula:
a) P[tres C y una +], b) P[dos C y dos +]

4 Lanzamos cuatro dados. Calcula:
a) P[tres PAR y un 5], b) P[un 1, un 3, un 5 y un PAR]

❖ CÁLCULO DE PROBABILIDADES EN EXPERIENCIAS COMPUESTAS DEPENDIENTES.

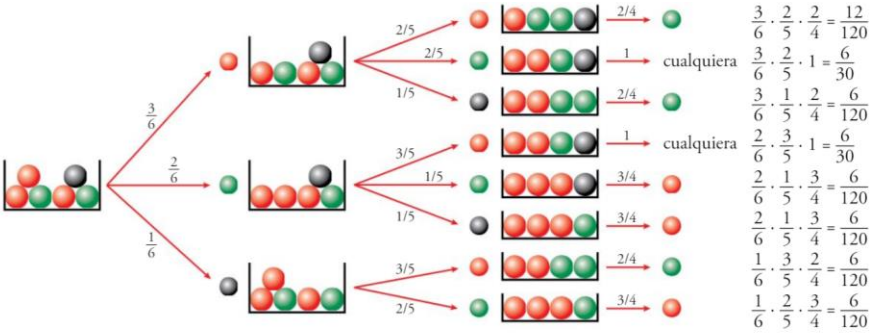
Si los sucesos A y B son dos pruebas dependientes, la probabilidad de que pase A en la 1º y B en la 2º es:

$$P[A\ en\ 1º, y\ B\ 2º] = P[A]\cdot P[B\ en\ 2º/supuesto\ que\ A\ en\ 1º]$$
$$La\ P[B\ en\ 2º/supuesto\ que\ A\ en\ 1º]\ \ se\ escribe\ \ \to P[B/A]$$

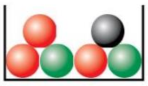
Se llama probabilidad de B condicionada a A

Ejemplo: Extraemos tres bolas de una urna de bolas de colores. Hallar la probabilidad de que entre ellas haya alguna roja y alguna verde.

Vamos a describir solamente los casos favorables



$$P[\text{alguna roja y alguna verde}]=\frac{12}{120}+\frac{6}{30}+\frac{6}{120}+\frac{6}{30}+\frac{6}{120}+\frac{6}{120}+\frac{6}{120}+\frac{6}{120}=\frac{3}{4}$$



Ejemplo 2. Extraemos tres bolas de la urna (margen). Probabilidad de que sean rojas.

$$P[3\,●] = P[1.^a\,● \text{ y } 2.^a\,● \text{ y } 3.^a\,●] =$$

$$= P[1.^a\,●] \cdot P[2.^a\,●/1.^a\,●] \cdot P[3.^a\,●/1.^a\,● \text{ y } 2.^a\,●] = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$$

Ejercicios propuestos

5 Extraemos tres naipes de una baraja de 40. Calcula:

a) P[3 ASES], b) P[un AS, un CABALLO y un REY]

6 Extraemos tres bolas de la urna descrita arriba. Calcula:

a) P[alguna de ellas sea la negra], b) P[la negra y alguna roja]

2. DISTRIBUCIÓN ESTADÍSTICA Y DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

Una distribución de frecuencias

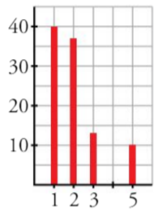
En un juego infantil hay una ruleta en la que la bola puede caer en 12 casillas, con las puntuaciones que se marcan en el dibujo del margen.

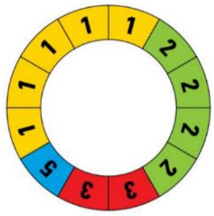
Jugamos 100 veces, obteniendo los siguientes resultados:

x_i	f_i
1	40
2	37
3	13
5	10

Se trata de una **distribución estadística** en la que se dan, mediante una tabla de frecuencias, los resultados obtenidos.

Como la **variable** es **discreta,** se representa mediante un diagrama de barras.





Calculamos sus parámetros:

x_i	f_i	$f_i\,x_i$	$f_i\,x_i^2$
1	40	40	40
2	37	74	148
3	13	39	117
4	10	50	250
	100	203	555

$$N = \sum f_i = 100$$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N} = \frac{203}{100} = 2{,}03$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{555}{100} - 2{,}03^2} = 1{,}195$$

Distribución de frecuencias relativas

La frecuencia relativa de un suceso es la proporción de veces que ocurre.

Se obtiene dividiendo su frecuencia por el número de experimentaciones:

$$fr_i = \frac{f_i}{N}$$

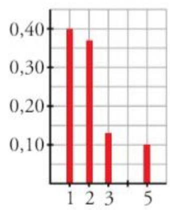
Por tanto:

$$\bar{x} = \sum \frac{f_i x_i}{N} = \sum fr_i x_i \qquad \sigma^2 = \sum \frac{f_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \sum fr_i x_i^2 - \bar{x}^2$$

x_i	$f_i/N = fr_i$
1	0,40
2	0,37
3	0,13
5	0,10

Esta gráfica es prácticamente idéntica a la de arriba.

Solo se diferencia en que las alturas de las barras son frecuencias relativas en vez de absolutas.



Calculamos sus parámetros:

x_i	fr_i	$fr_i\,x_i$	$fr_i\,x_i^2$
1	0,40	0,40	0,40
2	0,37	0,74	1,48
3	0,13	0,39	1,17
5	0,10	0,50	2,5
	1	2,03	5,55

$$\sum fr_i = 1$$

$$\bar{x} = \sum fr_i x_i = 2{,}03$$

$$\sigma = \sqrt{\sum fr_i x_i^2 - \bar{x}^2} = \sqrt{5{,}55 - 2{,}03^2} = 1{,}195$$

Distribución de probabilidad

Las probabilidades de los distintos resultados que se pueden obtener con esta ruleta son:

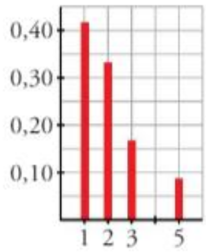
$$P[1] = \frac{5}{12}, \quad P[2] = \frac{4}{12}, \quad P[3] = \frac{2}{12}, \quad P[5] = \frac{1}{12}$$

Con ellas podemos elaborar la correspondiente distribución de probabilidad:

x_i	p_i
1	5/12 = 0,417
2	4/12 = 0,333
3	2/12 = 0,167
5	1/12 = 0,083

A cada valor de la variable se le asocia su probabilidad.

Es una idealización de la distribución de frecuencias relativas.



Los parámetros correspondientes se obtienen de forma similar a como se hacía con las frecuencias relativas, sustituyendo fr_i por p_i:

x_i	p_i	$p_i\,x_i$	$p_i\,x_i^2$
1	0,417	0,417	0,417
2	0,333	0,666	1,332
3	0,167	0,501	1,503
5	0,083	0,415	2,075
	1	1,999	5,327

$$\sum p_i = 1$$

$$\text{media} = \sum p_i x_i = 1{,}999$$

$$\text{desv. tip.} = \sqrt{\sum p_i x_i^2 - \text{media}^2} = \sqrt{5{,}327 - 1{,}999^2} = 1{,}15$$

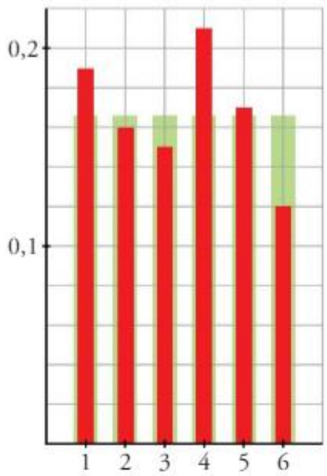
Otro ejemplo

Lanzamos 100 veces un dado con los siguientes resultados:

x_i	1	2	3	4	5	6
f_i	19	16	15	21	17	12

Vamos a contemplar conjuntamente las dos distribuciones: la de frecuencias relativas y la de probabilidad, suponiendo el dado correcto:

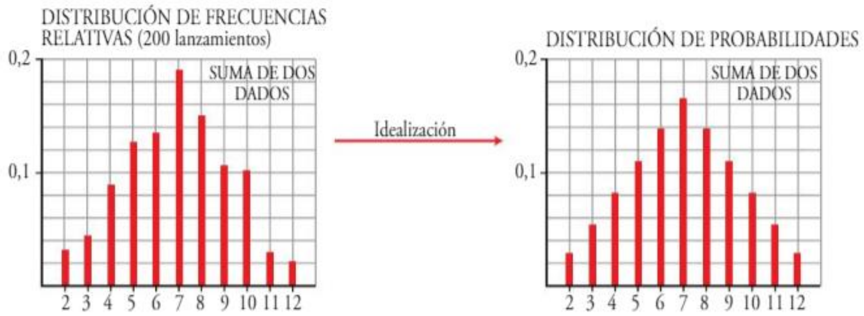
x_i	fr_i	p_i
1	0,19	$0,1\overset{\frown}{6}$
2	0,16	$0,1\overset{\frown}{6}$
3	0,15	$0,1\overset{\frown}{6}$
4	0,21	$0,1\overset{\frown}{6}$
5	0,17	$0,1\overset{\frown}{6}$
6	0,12	$0,1\overset{\frown}{6}$
	1	1



3. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DE VARIABLE DISCRETA

Las **distribuciones de probabilidad** son idealizaciones teóricas de las **distribuciones de frecuencias relativas,** que se obtienen empíricamente (experimentando u observando). Cuando la variable es discreta, unas y otras se representan mediante diagramas de barras.

x_i	$P[x_i] = p_i$
x_1	p_1
x_2	p_2
.	.
.	.
x_n	p_n



Una **distribución de probabilidad de variable discreta** es el resultado de asignar a *cada valor de la variable,* x_i, *su probabilidad,* p_i.

- Cada p_i es un número comprendido entre 0 y 1: $0 \le p_i \le 1$
- La suma de todos los p_i es 1: $p_1 + p_2 + \dots + p_n = \sum p_i = 1$
- Se representa mediante un diagrama de barras.

Parámetros. Se definen de forma similar a los parámetros de las distribuciones estadísticas:

MEDIA: $\mu = p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n = \sum p_i x_i$

VARIANZA: $\sigma^2 = p_1(x_1 - \mu)^2 + p_2(x_2 - \mu)^2 + \dots + p_n(x_n - \mu)^2 = \sum p_i(x_i - \mu)^2$

o bien: $\sigma^2 = (p_1x_1^2 + p_2x_2^2 + \dots + p_nx_n^2) - \mu^2 = \sum p_i x_i^2 - \mu^2$

DESVIACIÓN TÍPICA: $\sigma = \sqrt{\text{VARIANZA}} = \sqrt{\sum p_i(x_i - \mu)^2} = \sqrt{\sum p_i x_i^2 - \mu^2}$

Ejercicios propuestos

2 Calcula la media y la desviación típica de la distribución de probabilidad correspondiente a la puntuación obtenida en el lanzamiento de un dado.

3 Si se tiran dos monedas, podemos obtener 0, 1 o 2 caras. Calcula la media y la desviación típica de la distribución de probabilidad correspondiente.

4 En una bolsa tenemos un cierto número de bolas numeradas:

9 bolas con un *uno*, 5 con un *dos* y 6 con un *tres*

Sacamos una bola al azar y vemos qué número tiene.

a) ¿Cuál es la distribución de probabilidad?

b) Calcula la media y la desviación típica.

4. LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

EXPERIENCIA DICOTÓMICA

Si en una experiencia aleatoria destacamos un suceso A y prestamos atención, exclusivamente, a si ocurre A o su contrario, A', se trata de una **experiencia dicotómica.**

Al suceso A se le denomina **éxito,** y a su probabilidad, $P[A] = p$.

La probabilidad de su contrario es $P[A'] = 1 - p = q$.

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Se repite n veces una misma experiencia dicotómica. Nos preguntamos por el número, x, de éxitos.

La variable x es discreta y puede tomar los valores $0, 1, 2, \dots, n$.

La distribución de probabilidad de la variable x se llama **distribución binomial** y se designa así: $B(n, p)$.

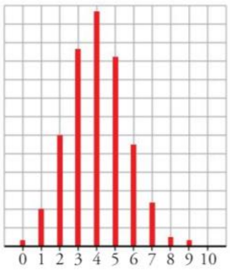
$p = P[A]$ es la probabilidad de *éxito* en cada una de las experiencias.

n es el número de veces que se repite la experiencia.

En las siguientes distribuciones, decir si se trata de una binomial o no. En caso afirmativo, identificar los valores de n y p.

1. Lanzamos 10 monedas y nos preguntamos por el nº de caras
2. Lanzamos 6 dados correctos y nos preguntamos por el nº de “cincos”
3. Dejamos caer 100 chinchetas y contamos cuántas caen con la punta hacia arriba
4. Extraemos cinco cartas de una baraja y nos preguntamos cuántas figuras habrá
5. Extraemos una carta de una baraja española, vemos si es o no figura y la devolvemos. Barajamos y volvemos a extraer. Repetimos 5 veces la experiencia, es decir, extraemos cinco cartas con reemplazamiento.
6. Nos preguntamos cuántos partidos ganará el Depor en los próximos 10 encuentros
7. Una máquina produce tornillos y, por término medio, 2% son defectuosos. Se empaquetan en cajas de 100 tonillos. ¿Cuántos tornillos defectuosos hay por caja?
8. En un examen tipo test hay 20 preguntas y en cada una de ellas hay 4 posibles respuestas. Un estudiante no sabe nada y responde todas al azar. Nos preguntamos cuántos aciertos tendrá.
9. En el mismo examen, otro estudiante sabe responder a 8 de ellas y el resto al azar. Nos preguntamos cuántos aciertos tendría.

5. CÁLCULO DE PROBABILIDADES EN UNA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL



Representación gráfica de la binomial $B(10; 0{,}4)$

Si x es una variable que sigue una distribución $B(n, p)$, la probabilidad $P[x = k]$ de obtener k éxitos es:

$$P[x = k] = \binom{n}{k} p^k \cdot q^{n-k}$$

Se obtiene así la siguiente distribución de probabilidad:

VARIABLE x	0	…	k	…	n
PROBABILIDAD $P[x = k]$	$\binom{n}{0}p^0q^n = q^n$	…	$\binom{n}{k}p^kq^{n-k}$	…	$\binom{n}{n}p^nq^0 = p^n$

Los parámetros de esta distribución son:

MEDIA .... $\mu = np$

DESVIACIÓN TÍPICA .... $\sigma = \sqrt{npq}$

Ejercicios propuestos

1 En una distribución binomial $B(10; 0{,}4)$, halla $P[x = 0]$, $P[x = 3]$, $P[x = 5]$, $P[x = 10]$.
Calcula el valor de cada uno de los parámetros μ y σ.

2 Lanzamos 7 monedas. Calcula las probabilidades de 3 caras, 5 caras y 6 caras.
Halla los valores de μ y σ.

Recuerda: combinaciones

El número de formas en que podemos seleccionar los tres lugares en que colocaremos las F es igual al número de subconjuntos de 3 elementos que hay en el conjunto {1.º, 2.º, 3.º, 4.º, 5.º} y este es el número de **combinaciones** de 5 elementos tomados 3 a 3:

$$C_5^3 = \binom{5}{3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$$

En general,

$$C_m^n = \binom{m}{n} = \frac{m(m-1)\dots(n \text{ factores})}{n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

Los números $\binom{m}{n}$ se llaman números combinatorios y sirven para contar el número de subconjuntos de n elementos que se pueden formar con m elementos.

Recordemos algunos resultados sencillos e importantes:

$$\binom{m}{0} = \binom{m}{m} = 1; \qquad \binom{m}{1} = \binom{m}{m-1} = m$$

6. FORMULA DE BAYES

A es el 1º suceso y B es el 2º suceso. P[A/B] significa la probabilidad de que, habiendo sucedido B en el 2º suceso, en el 1º hubiera ocurrido A.

$$P[A/B] = \frac{P[A \cap B]}{P[B]}$$

EJERCICIOS

Para practicar

Cálculo de probabilidades

1 Lanzamos tres monedas. Calcula la probabilidad de que:

a) Las tres sean cara.

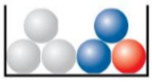
b) Se obtengan dos caras y una cruz.

c) Haya al menos una cara.

2 a) En un juego de dominó, tenemos sobre la mesa la ficha 3-5. ¿Qué probabilidad hay de que otra extraída al azar engrane con ella?

b) ¿Y si tuviésemos la 5-5?

3 Extraemos tres bolas con reemplazamiento de esta urna. Calcula la probabilidad de que:



a) Cada una sea de un color.

b) No haya ninguna blanca.

c) Se obtengan dos azules.

Repite la actividad si la extracción fuera sin reemplazamiento.

4 Extraemos dos bolas de la siguiente urna:

a) ¿Qué es más probable, sacar dos bolas ROJAS con o sin reemplazamiento?

b) ¿Qué es más probable, sacar una bola ROJA y otra AZUL con o sin reemplazamiento?

Distribuciones de probabilidad

5 Completa la siguiente tabla de probabilidades y calcula sus parámetros μ y σ:

x_i	0	1	2	3
p_i	0,1	0,3	…	0,1

6 En una urna hay diez bolas con los números 1, 1, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 5, 6. Sacamos una bola y anotamos el resultado. Elabora la distribución de probabilidad y calcula μ y σ.

7 Tenemos dos monedas, una correcta y otra defectuosa en la que la probabilidad de obtener cruz es 0,2. Las lanzamos y anotamos el número de cruces.

Haz una tabla con la distribución de probabilidad y halla la probabilidad de obtener al menos una cruz.

8 Extraemos con reemplazamiento dos cartas de una baraja y anotamos el número de ASES.

a) ¿Cuáles son los posibles resultados?

b) ¿Cuál es la distribución de probabilidad?

c) Calcula la media y la desviación típica.

Distribución binomial

9 Reconoce en cada uno de los siguientes casos una distribución binomial y di los valores de n, p, q, μ y σ.

- Un examen tipo test consta de 50 preguntas, cada una con tres respuestas, de las que solo una es correcta. Se responde al azar. ¿Cuál es el número de preguntas acertadas?
- En el examen descrito en el apartado anterior, un alumno conoce las respuestas de 20 preguntas y responde las restantes al azar. Nos preguntamos cuántas de ellas acertará.
- Una moneda se lanza 400 veces. Número de caras.
- El 11 % de los billetes de lotería reciben algún tipo de premio, aunque sea el reintegro. En un familia juegan a 46 números. ¿En cuántos se obtendrá premio?
- El 1 % de ciertas soldaduras son defectuosas y revisamos mil de ellas. Número de soldaduras defectuosas que hay.

10 En una distribución binomial $B(7; 0{,}4)$, determina:

a) $P[x = 2]$ b) $P[x = 5]$ c) $P[x = 0]$

d) $P[x > 0]$ e) $P[x > 3]$ f) $P[x < 5]$

11 En una distribución binomial $B(9; 0{,}2)$, calcula:

a) $P[x < 3]$ b) $P[x \geq 7]$ c) $P[x = 0]$

d) $P[x \neq 0]$ e) $P[x \leq 9]$ f) $P[x \geq 9]$

12 Todos los jugadores de un equipo de fútbol A tienen la misma probabilidad de marcar un penalti, 0,85. Al final del partido, en la tanda de penaltis, cada equipo tira cinco, y sabemos que el equipo contrario B ha marcado tres:

a) ¿Qué probabilidad hay de que haya ganado el equipo A tras estos cinco lanzamientos? ¿Y el B?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que queden empatados y tengan que lanzar un sexto penalti?

c) Calcula la probabilidad de que el equipo A falle todos los penaltis. Halla también la de que los meta todos.

13 En un almacén hay 5 aparatos de televisión antiguos. Sabemos que la probabilidad de que cualquiera de ellos tenga una deficiencia es 0,2. Calcula estas probabilidades:

a) P[ninguno defectuoso]

b) P[al menos dos defectuosos]

c) P[alguno defectuoso]

14 En un proceso de fabricación de tornillos se sabe que el 2 % son defectuosos. Los empaquetamos en cajas de 50 tornillos. Halla la probabilidad de que en una caja haya este número de tornillos defectuosos:

a) Ninguno. b) Uno. c) Más de dos.

Para resolver

15 Antonio y María tienen dos barajas de cartas. Cada uno extrae una carta de su baraja al azar.

a) ¿Qué probabilidad hay de que sea la misma carta?

b) ¿Qué probabilidad hay de que sea el mismo número aunque tenga distinto palo?

c) ¿Qué probabilidad hay de que obtengan el mismo palo?

16 Se extrae un naipe de una baraja y luego se tira un dado. Si sale el 5 o el 6, se devuelve la carta al mazo; si no, esta se retira. Se baraja y se vuelve a extraer una carta. ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos ASES?

17 La distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta viene dada por esta tabla:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,1	a	b	c	0,2

Sabemos que $P[x \le 2] = 0{,}7$ y que $P[x \ge 2] = 0{,}75$. Halla los valores de a, b y c y calcula μ y σ.

18 Una caja contiene cinco bolas con un 2, tres con un 1 y dos con un 0. Se sacan dos bolas y se suman sus números.

a) Construye la tabla de la distribución de probabilidad y calcula μ y σ.

b) Haz otra tabla suponiendo que se saca una bola al azar, se mira el número, se vuelve a meter en la caja, se repite la operación y se suman los dos números extraídos.

19 Recuerda cuáles son las puntuaciones de las 28 fichas de un dominó. Si en cada una de ellas sumamos los puntos de sus dos mitades, obtenemos las posibles sumas 0, 1, 2, …, 10, 11 y 12 con probabilidades distintas. Haz la tabla con la distribución de probabilidades y calcula μ y σ.

20 Un alumno ha estudiado 12 temas de los 30 que entran en un examen. Se eligen 2 temas al azar. El alumno puede haber estudiado los dos, uno o ninguno.

a) Haz la tabla con la distribución de probabilidad y represéntala gráficamente.

b) Halla μ y σ.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos le toque un tema de los que ha estudiado?

21 En las familias con 4 hijos, contamos el número de niñas.

a) Determina la distribución de probabilidad, suponiendo que la probabilidad de que nazca un niño o una niña es la misma.

b) Represéntala gráficamente.

22 En una caja A hay cinco fichas numeradas del 1 al 5 y en otra caja B hay cuatro fichas numeradas del 6 al 9. Se lanza una moneda: si sale cara, se saca una ficha de A, y si sale cruz, se saca de B. Se anota el número obtenido.

a) Haz la tabla de distribución de probabilidad, represéntala y calcula μ y σ.

b) ¿Qué probabilidad hay de obtener un número mayor que 6?

23 La probabilidad de que una flecha lanzada por un arquero dé en la diana es 0,6. Si lanza 6 flechas, halla la probabilidad de que:

a) Solo una dé en la diana.

b) Al menos una dé en la diana.

c) Más de la mitad alcancen la diana.

24 Un tratamiento contra una enfermedad produce mejoría en 8 de cada 10 enfermos a los que se les aplica. Si se suministra a 5 enfermos, calcula la probabilidad de que:

a) Los cinco pacientes mejoren.

b) Al menos, tres no experimenten mejoría.

25 Para controlar la calidad de un producto envasado, se eligen al azar tres envases de una caja con 50 envases. Por término medio, en cada caja hay 5 cuya calidad es deficiente.

a) Halla la probabilidad de que, de los tres, no haya ninguno, uno o dos deficientes.

b) Si el primero resulta deficiente, ¿cuál es la probabilidad de que, de los tres, haya uno o dos deficientes?

26 En un bombo de lotería tenemos 10 bolas numeradas del 0 al 9. Cada vez que se extrae una, se devuelve al bombo. Si sacamos 5 bolas, calcula la probabilidad de que:

a) El 0 salga una sola vez.

b) Se hayan obtenido más de dos unos.

c) No se obtengan números mayores que 7.

27 Para probar la eficacia de una vacuna, se administró una dosis a 100 grupos de 4 hermanos con riesgo de contagio, y los resultados observados fueron los de la tabla.

N.° DE CONTAGIADOS	N.° DE GRUPOS
0	36
1	14
2	8
3	16
4	26
TOTAL	100

a) ¿Podemos suponer que sigue una distribución binomial? Compruébalo.

b) Dibuja en rojo el diagrama de barras con los valores empíricos (observados) y en verde, sobre el anterior, el diagrama de barras con los valores teóricos.

Cuestiones teóricas

28 a) En una distribución $B(4; 0{,}5)$ comprueba esta igualdad: $P[x = 1] = P[x = 3]$

b) En una distribución $B(n, p)$ se cumple lo siguiente: $P[x = k] = P[x = n - k]$. ¿Cuánto vale p?

29 Un ajedrecista se enfrenta a otro de igual maestría. ¿Qué es más probable, que gane dos partidas de cuatro o que gane tres de seis partidas? (Las tablas no se consideran).

30 En una mano de póquer se dan 5 cartas a cada jugador. Nos preguntamos por la probabilidad de que un jugador tenga k figuras ($k = 0, 1, 2, 3, 4$ o 5). ¿Por qué no es una distribución binomial?

31 Sabemos que n es par, que X sigue una $B(n; 0{,}5)$ y que Y sigue una $B(n + 1; 0{,}5)$. Determina cuál de las siguientes probabilidades es mayor: $P[x = n/2]$ o $P[y = n/2]$.

32 ¿Verdadero o falso?

a) La distribución binomial $B(7; 0{,}2)$ es una distribución de probabilidad cuya variable solo puede tomar los valores 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7.

b) Sabemos que el 20 % de los jóvenes utiliza una cierta red social. En un aula hay 30 jóvenes. La probabilidad de que el 10 % de ellos utilice esa red es $\binom{30}{10} \cdot 0{,}2^{10} \cdot 0{,}8^{20}$.

Para profundizar

33 a) Extraemos tres cartas de una baraja de 40 cartas. ¿Qué probabilidad hay de obtener algún AS y alguna FIGURAS? (FIGURAS: SOTA, CABALLO y REY)

b) Extraemos dos cartas de una baraja de 40 cartas. ¿Qué probabilidad hay de obtener alguna FIGURA y algún OROS? (*FIGURA de OROS vale como FIGURA y como OROS*).

34 Extraemos una bola de la primera urna y la introducimos en la segunda. Luego sacamos una bola de la segunda urna.

1.ª URNA 2.ª URNA

a) ¿Qué probabilidad hay de obtener C en la segunda extracción?

b) Calcula: $P[1.^a \text{ B y } 2.^a \text{ B}]$; $P[1.^a \text{ C y } 2.^a \text{ B}]$

c) Calcula: $P[1.^a \text{ A y } 2.^a \text{ A}]$; $P[1.^a \text{ B y } 2.^a \text{ A}]$; $P[1.^a \text{ C y } 2.^a \text{ A}]$ y, en consecuencia, $P[2.^a \text{ A}]$.

35 Extraemos una bola de la primera urna y la introducimos en la segunda urna. Luego sacamos una bola de la segunda.

1.ª URNA 2.ª URNA

¿Cuál es la probabilidad de obtener A de la segunda urna?

Autoevaluación

En la web Resoluciones de estos ejercicios.

1 Tiramos un dado. Si sale 5 o 6, extraemos una bola de la urna A y si no, la extraemos de la urna B.

a) ¿Qué probabilidad hay de obtener un 5 o un 6 y extraer una bola roja?

b) ¿Qué probabilidad hay de obtener 4 y bola verde?

2 Completa esta tabla de distribución de probabilidad:

x_i	5	6	7	8	9	10
p_i	0,1	0,3	0,2	0,1	0,1	…

Halla μ y σ.

3 Tenemos dos fichas: A, con un 1 en una cara y un 2 en la otra; y B, con un 2 en una cara y un 3 en la otra.

a) Lanzamos las dos fichas y sumamos sus valores. Los posibles resultados son 3, 4 y 5. Elabora la distribución de probabilidad y calcula μ y σ.

b) Lanzamos seis veces las dos fichas. ¿Qué probabilidad hay de obtener 5 en tres ocasiones? ¿Y en más de tres?

4 En una binomial $B(5, 1)$, calcula estas probabilidades:

a) $P[x = 5]$ b) $P[x < 5]$ c) $P[x > 3]$

5 Eva es saltadora de longitud, y en el 80 % de sus saltos consigue superar los 6 m. Sabiendo que en una competición tiene que saltar cuatro veces, halla la probabilidad de que:

a) En todas supere los 6 m.

b) No los supere en ninguna.

c) Al menos lo haga en dos ocasiones.

d) Si su primer salto fue nulo, supere los 6 m en, al menos, una ocasión.

6 En un puesto de una feria, por un tique te dejan tirar 6 veces a una canasta. Si cuelas al menos dos tiros, te llevas premio. Se supone que cada persona tiene una probabilidad de 0,15 de hacer canasta en cada tiro.

a) ¿Qué probabilidad hay de que una persona gane un premio con un tique?

b) Si juegan 1 000 personas a lo largo de la semana, ¿cuántos, aproximadamente, se llevarán el premio?