

ESTUDIO DE UNA FUNCIÓN

$$f(x) = \frac{4 - x^2}{x^2 - 1}$$

1. Dominio

$$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = 1; x = -1 \quad \text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

2. Asíntotas

Ya visto en el tema anterior (está la misma función en los apuntes anteriores)

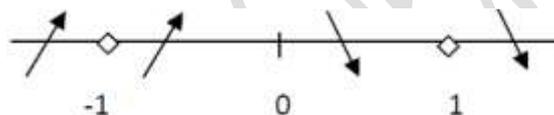
3. Monotonía (crecimiento y decrecimiento)

$$f(x)' = \frac{-2x \cdot (x^2 - 1) - (4 - x^2) \cdot 2x}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-6x}{(x^2 - 1)^2}$$

$$f(x)' = 0 \rightarrow \frac{-6x}{(x^2 - 1)^2} = 0; \quad -6x = 0; \quad x = 0$$

Estudiamos el signo de la derivada en cada intervalo de la recta real:

$$\begin{aligned} f'(-2) = \frac{+}{+} > 0 \rightarrow + \quad f'(-0,5) = \frac{+}{+} > 0 \rightarrow + \quad f'(0,5) = \frac{-}{+} < 0 \\ \rightarrow - \quad f'(2) = \frac{-}{+} < 0 \rightarrow - \end{aligned}$$



Monotonía: *Crece* $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$; *Decrece* $(0, 1) \cup (1, +\infty)$

4. Extremos relativos (máximos y mínimos)

Podría haber un máx. o un mín. en aquellos puntos que anulan la derivada. En este caso $x = 0$. Como la función crece antes de $x = 0$ y decrece después \rightarrow máx. en $x = 0$

Calculamos su otra coordenada:

$$f(0) = \frac{4 - 0}{0 - 1} \rightarrow \text{Máx. } (0, -4)$$

5. Corte con los ejes

$$\text{Eje OX: } f(x) = 0; \quad \frac{4 - x^2}{x^2 - 1} = 0; \quad 4 - x^2 = 0; \quad x = 2 \text{ y } x = -2; \quad (-2, 0) \text{ y } (2, 0)$$

$$\text{Eje OY: } x = 0; \quad y = -4; \quad (0, -4)$$

6. Representar la función

