

SISTEMAS DE ECUACIONES

MATRICES ASOCIADAS A UN SISTEMA

Dado el sistema $\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 1 \\ 2x + 6y + z = 2 \\ 4x - 7y + 8z = 8 \end{cases}$ tenemos las matrices asociadas:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 2 & 6 & 1 \\ 4 & -7 & 8 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} \quad A^* = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 & | & 1 \\ 2 & 6 & 1 & | & 2 \\ 4 & -7 & 8 & | & 8 \end{pmatrix}$$

Matriz Coeficientes Matriz incógnitas Matriz términos independts. Matriz ampliada

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 1 \\ 2x + 6y - 3z = 2 \\ 4x - 7y + 5z = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 2 & 6 & 1 \\ 4 & -7 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$A \cdot X = B$

REGLA DE CRAMER

Para resolver Sistemas Compatibles Determinados.

→ Sustituir la matriz de términos independientes por cada columna de la matriz coeficientes (A) y calcular su determinante. Así al dividir dicho determinante entre |A|, tenemos en cada caso x, y, z.

→ **MUY IMPORTANTE:** Si |A|=0 no podemos resolver por Cramer

EJEMPLO: resuelve $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + 2z = 1 \\ 2x + y + 2z = 0 \end{cases}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow |A| = 1 \neq 0 \rightarrow \text{rang}(A) = 3 \rightarrow \text{puedo usar Cramer}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}}{|A|} = -9; \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}}{|A|} = 4; \quad z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{|A|} = 7; \quad \begin{cases} x = -9 \\ y = 4 \\ z = 7 \end{cases}$$

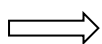
CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS

Sistemas	{	Compatibles	<table border="0" style="display: inline-table;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">{</td> <td>Determinados (SCD)</td> <td>Una única solución</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Indeterminados (SCI)</td> <td>Infinitas soluciones</td> </tr> </table>	{	Determinados (SCD)	Una única solución		Indeterminados (SCI)	Infinitas soluciones
		{	Determinados (SCD)	Una única solución					
		Indeterminados (SCI)	Infinitas soluciones						
Incompatibles (SI)	No tiene solución								

DISCUSIÓN DE SISTEMAS

Se trata de discutir (clasificar) y/o resolver un sistema de ecuaciones lineales dependiendo de los valores que tome un parámetro.

- Se toma la matriz (A|B) formada por la matriz de coeficientes A y la matriz de términos independientes B. Se estudia el rango de la matriz A en los diferentes casos y se compara con el rango de la matriz A*.



- TEOREMA DE ROUCHÉ - FRÖBENIUS**

Para discutir el tipo de sistema utilizando los rangos de A y A*.

Si rango (A) = rango (A*) = Nº incógnitas → Sistema Compatible Determinado

Si rango (A) = rango (A*) ≠ Nº incógnitas → Sistema Compatible Indeterminado

Si rango (A) ≠ rango (A*) → Sistema Incompatible

MUY IPORTANTE

Siempre cae

- SISTEMA HOMOGÉNEO**

Si el sistema es homogéneo (todas las ecuaciones están igualadas a cero), no se utiliza A*:

Si rango (A) = nº de incógnitas → Stma. Compatible Determinado → **Sol. trivial: x = y = z = 0**

Si rango (A) < nº de incógnitas → Stma. Compatible Indeterminado → **Infinitas soluciones**