

ECUACIONES MATRICIALES

Primero despejar la matriz X y luego particularizar para las matrices A, B, C etc. que te indiquen.

→ Recuerda que para despejar en $AX = B$ se tiene $A^{-1}AX = A^{-1}B \rightarrow X = A^{-1}B$

Para despejar en $XA = B$ se tiene $XAA^{-1} = BA^{-1} \rightarrow X = BA^{-1}$

1. Calcula la matriz X que verifica $AX = 2B - C$ siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ 13 & 2 \end{pmatrix}$
Sol: $X = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
2. Calcula la matriz X que verifica $A^2X = B$ siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 4 & 20 \\ 16 & 5 \end{pmatrix}$
Sol: $X = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$
3. Calcula la matriz X que verifica $XA = A + I_2$ siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
Sol: $X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$
4. Calcula la matriz X que verifica $(BA - I)X = C$ siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, y $C = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$
Sol: $X = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$
5. Calcula la matriz X tal que $AX = A + B$ siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Sol: $X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
6. Calcula la matriz X tal que $AX = BC$ siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 20 \\ 16 & 5 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$
Sol: $X = \begin{pmatrix} 35 & 13 \\ 10 & 2 \end{pmatrix}$
7. Calcula la matriz X que verifica $ABX = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ siendo $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$
Sol: $X = \begin{pmatrix} 8/3 \\ 6 \end{pmatrix}$
8. Calcula la matriz X que verifica $AB + X = I$ siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Sol: $X = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
9. Calcula la matriz X de dimensión 2×2 tal que $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$
Sol: $X = \begin{pmatrix} 9 & -5 \\ -23 & 14 \end{pmatrix}$
10. Calcula la matriz X que verifica $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 12 & 15 \\ 12 & 11 & 10 \end{pmatrix}$
Sol: $X = \begin{pmatrix} 3 & -11/5 & -4 \\ -13/5 & -22/5 & -5 \end{pmatrix}$
11. Calcula la matriz X cuadrada de orden 2 que verifica $AX + B^t = B$ siendo $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
Sol: $X = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$
12. Calcula la matriz X que verifica $A^2X = \frac{1}{2}(A + BC)$ siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$
Sol: $X = \begin{pmatrix} -5/4 & 1/4 \\ 5 & 3/2 \end{pmatrix}$
13. Calcula la matriz X que verifica $XB = B + A$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Sol: $X = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 7/3 \\ 7/6 & 1/2 & 7/6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
14. Calcula la matriz X que verifica $XA = A + B$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -3 & -3 & 3 \\ 4 & 5 & -5 \end{pmatrix}$
Sol: $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

15. Calcula la matriz X que verifica $XA = 2B + C$ si $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ -2 & -8 & -6 \\ -4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Sol: $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

16. Calcula la matriz X que verifica $XC + A = C + A^2$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$. Sol: $X = I$

17. Resuelve la siguiente ecuación matricial $X \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}^2 + 4 \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 10 & -20 \end{pmatrix}$

Sol: $X = \begin{pmatrix} 4/5 & -7/10 \\ 12/5 & -31/10 \end{pmatrix}$

→ En ecuaciones como $AX + X = B$ o $2X + AX = B$ es necesario sacar factor común y escribir, respectivamente, $(A + I)X = B$ o $(2I + A)X = B$ donde I la matriz unidad correspondiente.

18. Calcula la matriz X en cada una de las siguientes ecuaciones si $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

a) $X + A = 3X$

b) $5X + A = X + B$

c) $X + AX = B$

d) $2X + XA = B$

e) $AX + BX = C$

f) $AX + A = BX$

Sol: a. $X = \begin{pmatrix} 1/2 & 1 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$, b. $X = \begin{pmatrix} -1/2 & -1/2 \\ 3/4 & 0 \end{pmatrix}$, c. $X = \begin{pmatrix} -2 & -1/2 \\ 3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$,

d. $X = \begin{pmatrix} -1/3 & 2/9 \\ 1 & -1/3 \end{pmatrix}$, e. $X = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 \\ -1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$, f. $X = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 \\ -1/2 & -4/3 \end{pmatrix}$

19. Halla la matriz X en la ecuación $2X - B = AX$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

Sol: $X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

20. Halla la matriz X en la ecuación $BX - A = 2X$ siendo $A = \begin{pmatrix} 7 & -7 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. Sol: $X = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

21. Resuelve la ecuación $AX = BX + C$ siendo $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$. Sol: $X = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

22. Halla la matriz X en la ecuación $XA^2 - B = X$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

Sol: $X = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

23. Halla la matriz X en la ecuación $AX + A^{-1}X = I$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Sol: $X = \begin{pmatrix} 1/2 & -3/10 & 2/5 \\ 0 & 1/5 & 2/5 \\ 0 & 2/5 & -1/5 \end{pmatrix}$

24. Halla la matriz X en la ecuación $AX - X = B^t$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 8 \\ -1 & 2 & -10 \end{pmatrix}$

Sol: $X = \begin{pmatrix} -8 & 11 \\ -2/3 & 7/3 \\ -1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$

25. Resuelve $XA + XA^t = C$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$. Sol: $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

26. Resuelve $(A - B)X - A^tX = I$ siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

Sol: $X = \begin{pmatrix} 0 & -1/2 & -1/2 \\ -1 & -1/2 & 1/2 \\ 1 & -1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$

27. Resuelve $(A - B)X - A^tX = I$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Sol: $X = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$